

إسلوب البوتستراپ في لوحات السيطرة T^2 متعددة المتغيرات

أ.د. حمزة إسماعيل شاهين¹، م.م. فراس منذر جاسم²

¹الجامعة المستنصرية / كلية الإدارة والاقتصاد/ قسم الإحصاء

¹drhamza409@gmail.com

²kim.fino@yahoo.com

الملخص:

تستعمل لوحات السيطرة (Control Charts) في مراقبة العمليات وتحديد السلوك غير الطبيعي (الشاذ) لها ، وأغلب لوحات السيطرة تعتمد في بنائها لحدود السيطرة (Control Limits) على افتراض أن البيانات المشاهدة تتبع التوزيع الطبيعي. يعتبر أسلوب البوتستراپ أحد التقنيات اللامعلمية الذي لايتطلب أية افتراضات تخص توزيع البيانات المشاهدة. في هذه الدراسة تم استخدام أسلوب البوتستراپ في لوحة السيطرة T^2 Hotelling، وتحديد حدود سيطرة كفاءة في مراقبة العملية في حالة كون البيانات لا تتبع التوزيع الطبيعي أو لها توزيع غير معروف. تم استخدام المحاكاة في تقييم أداء لوحة السيطرة T^2 وفق أسلوب البوتستراپ وإجراء مقارنة بين لوحة البوتستراپ ولوحة السيطرة T^2 Hotelling التقليدية ، وقد أثبتت نتائج المحاكاة أن لوحة السيطرة T^2 وفق أسلوب البوتستراپ كانت أفضل من لوحة السيطرة T^2 التقليدية .

پوخته :

تابلوكانی کۆنترۆل کردن، له چاودیریکردنی پرۆسهکان و دیاریکردنی دهفتاری لادهرانه و ناسروشتییاندا به کاردین، زۆربهی تابلوکانی کۆنترۆل کردنیش له دروستکردنیاندا پشت به سنوورهکانی کۆنترۆل کردن ده به سرنیت، به گریمانهی نه وهی داتاكانی بینین شوین دابه شکردنی سروشتییانه ده کهون، شیوازی پۆتاستراپ یه که که له وه ته کنیکه ناپارامیتریانیه که پیویستی به هیچ گریمانهیه نییه سه بهارت به دابه شبوونی داتاكانی بینین، له م توێژینه وهیه دا شیوازی پۆتاستراپ له تابلوی کۆنترۆلی (HOTELLING T^2) به کارهاتووه، هاوکات سنوویکی کۆنترۆل کردن چالاک دیاری کراوه، له چاودیریکردنی پرۆسه که دا، نه وه کاتهی داتاكان شوین دابه شکردنی سروشتی ناکهون، یان دابه شکردنیکی سروشتی دیاریکراویان ههیه، ته رییکاریی (المحاكاة) بو هه لسه نگاندنیه نه دا تابلوی کۆنترۆلی T^2 به کارهاتووه، نه ویش به پیی شیوازی پۆتاستراپ و به راوردکاریی له نیوان تابلوی پۆتاستراپ و تابلوی کۆنترۆلی (HOTELLING T^2) ی کلاسیکی، دهره نجامه کهش دهی خستوووه که تابلوی کۆنترۆلی T^2 به شیوازی پۆتاستراپ له تابلوی کۆنترۆله که به شیوازه کلاسیکییه که باشته.

Abstract

Control charts have been used to monitor processes and detect abnormal behaviors. However, most control charts establish their control limits when the distribution of the observed data is normal . The bootstrap method is a nonparametric technique that does not rely on the assumption of a distribution of the observed data. In this study we have been used a bootstrap in multivariate T^2 control chart that can efficiently monitor a process when the distribution of the observed data is non-normal or unknown .

A simulation study was conduct to evaluate the performance of the proposed control chart and compare it with a traditional Hotelling's T^2 control chart . The results showed that the control chart using of the bootstrap performed better than the traditional T^2 control chart

1. المقدمة وهدف البحث :

تعتبر عملية السيطرة الاحصائية (Statistical Process Control) الاكثر استخداما في مراقبة النوعية وذلك باستعمال الاساليب والتقنيات الاحصائية لرصد ومراقبة خصائص النوعية للمواد المصنعة لضمان التزامها بمعايير معينة والحفاظ على العملية الانتاجية في حالة مستقرة، وهي كذلك وسيلة للكشف عن التغيرات غير الطبيعية والشاذة في العملية والتي تؤدي الى التدخل المبكر لتصحيحها. تعتبر لوحات السيطرة (Control Charts) واحدة من ادوات ووسائل عملية السيطرة الاحصائية (SPC) والتي تعتمد على تقنية الرسم لمراقبة العملية احصائيا⁽⁵⁾.

الهدف الرئيسي للوحات السيطرة هو الكشف عن التغيرات (الانحرافات) الحاصلة في العملية ومعالجة هذا الانحراف واعادة انتظام العملية من جديد ولوحات السيطرة تقسم الى نوعين ، الاولى تسمى لوحات السيطرة احادية المتغير والتي تستند على رصد ومراقبة صفة واحدة من خصائص النوعية تحت افتراض استقلالية متغيرات العملية وهذا غير صحيح لانه في كثير من الحالات تكون معظم العمليات تتكون من عدة متغيرات مترابطة.

لذلك تطورت هذه اللوحات من رصد واحدة من خصائص النوعية الى رصد اثنتين فأكثر من تلك الخصائص ونتيجة ذلك ظهر نوع ثاني من اللوحات يسمى لوحات السيطرة متعددة المتغيرات تستند معظم لوحات السيطرة متعددة المتغيرات على افتراض ان التوزيع الاساس للعملية هو التوزيع الطبيعي⁽⁷⁾، وهذا الافتراض بالواقع لا يتحقق في جميع الحالات ففي مثل هذه الظروف تكون لوحات السيطرة التيلاتعمتد على توزيع معين هي المرغوب فيها، ولوحات السيطرة اللامعلمية (Nonparametric Control Charts) تخدم هذا الغرض ولوحات السيطرة اللامعلمية في السنوات الاخيرة تركزت على استخدام تقنيات و أساليب حديثة منها اسلوب البوتستراب⁽¹⁰⁾.

في هذه الدراسة تم التركيز بشكل رئيسي على لوحة السيطرة T^2 Hotelling لكونها الاكثر استخداما من بين لوحات السيطرة متعددة المتغيرات والتي تقوم على افتراض ان البيانات المشاهدة تتبع التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات (Multivariate Normal Distribution) والتي حدود السيطرة لهذه اللوحة هي نسبيا تشكل نسبة مئوية من توزيع $F^{(9)}$.

هدف هذه الدراسة استخدام اسلوب البوتستراب كطريقة لتحديد حدود السيطرة للوحة السيطرة T^2 في حالة المشاهدات لا تتبع التوزيع الطبيعي ، وكذلك استعمال مقياس متوسط طول المدى للمقارنة بين أداء لوحات السيطرة باستخدام المحاكاة .

2. لوحة السيطرة T^2 Hotelling التقليدية :

لوحة السيطرة T^2 Hotelling والتي اقترحها (Hotelling, 1947)⁽⁸⁾ هي الاكثر استخداما من بين لوحات السيطرة متعددة المتغيرات للمشاهدات المفردة تحت افتراض لدينا مجموعة بيانات بحجم (n) من المشاهدات ، و لكل مشاهدة $j (j=1, \dots, n)$ تم اخذ (p) من المتغيرات التي يتعين رصدها ، وبافتراض ان مجموعة البيانات تتبع التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات بمتجه متوسطات μ و مصفوفة التباين Σ المشترك غير المعلومتين احصاءات T^2 Hotelling يمكن حسابها لكل مشاهدة لمجموعة البيانات وفق المعادلة الاتية⁽⁹⁾.

$$T_{(j)}^2 = (x_j - \bar{x})' S^{-1} (x_j - \bar{x}) \quad \dots \dots \dots (1)$$

اذ ان:

تمثل مصفوفة التباين و التباين المشترك للعينة S:

و اللذان يتم حسابهما حسب الصيغ الآتية:-

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ij}}{n}, \quad j = 1, \dots, p \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$S = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_j - \bar{x})(x_j - \bar{x}) \quad \dots \dots \dots (3)$$

و حيث ان من مميزات أحصائيات T^2 إمكانية تحويلها الى توزيع F (F-distribution) بدرجتي حرية p, np تحت افتراض التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات وباستخدام التحويل الآتي :

$$\frac{(n-p)}{p(n-1)} T^2 \sim F(p, n-p)$$

وعليه فان حدود السيطرة للوحة T^2 التقليدية تحت حالة المشاهدات المفردة (Individual Observation) يمكن تحديدها وفق الصيغة الآتية⁽¹¹⁾:

$$CL_{T^2} = \frac{P(n+1)(n-1)}{n^2 - np} F_{(\alpha, p, n-p)} \quad \dots \dots \dots (4)$$

حيث أن $F(\alpha, p, n-p)$ تمثل النسبة المئوية $100(1-\alpha)^{th}$ من توزيع F بمستوى معنوية α ، اذا ان α تمثل معدل الخطأ من النوع الاول (Type I error) وتسمى في مجال السيطرة النوعية بمعدل الانذار الكاذب $(False \text{ alarm Rate})$ والتي تحدد قيمتها من قبل الباحث، ومعدل الخطأ من النوع الاول يتم تقديره بنسبة عدد المشاهدات ضمن السيطرة التي عرفت بصورة غير صحيحة انها خارج السيطرة الى العدد الكلي للمشاهدات ضمن السيطرة وحدود السيطرة (Control Limits) التي يتم تحديدها وفق الصيغة (4) يستعمل لمراقبة العملية ، فيقال أن المشاهدات خارج حدود السيطرة في حالة قيم T^2 المحسوبة وفق الصيغة (1) المناظرة للمشاهدة تتجاوز حدود السيطرة .

3. أسلوب البوتستراب النسبي :

اسلوب البوتستراب يعتبر من الطرائق اللامعلمية الذي لايفترض توفر شروط مسبقة حول توزيع البيانات وهو من اكثر الطرائق استعمالا لاسلوب اعادة المعاينة (resampling) في تحديد التقرير الاحصائي في حالة توزيع المجتمع غير المعلوم.

يطبق اسلوب البوتستراب في حساب حدود السيطرة ويمكن ايجازه في النقاط الآتية:

(1) حساب احصاءات T^2 لجميع مشاهدات العينة التي حجمها (n) وللبيانات الواقعة ضمن السيطرة باستخدام الصيغة (1).

(2) سحب عينات عشوائية مع الارجاع (عينات البوتستراب) عددها B ، اذا $(B > 1000)$ مشاهدات هذه العينات قيم احصاءات T^2 المحسوبة حسب الصيغة (1) وبالشكل :

$$(T_1^{2(i)}, T_2^{2(i)} \dots T_n^{2(i)}) \quad (i=1,2,\dots,B)$$

(3) لكل عينة من عينات البوتسراب التي عددها B يتم تحديد قيمة بنسبة مئوية $100(1 - \alpha)^{th}$ وحسب قيمة محددة ل α تقع ضمن المجال ما بين الصفر والواحد.

(4) تحديد حد السيطرة على أساس المتوسط العام لجميع القيم المحسوبة بنسبة مئوية $100(1 - \alpha)^{th}$ لعينات البوتسراب و حسب الصيغة الآتية:

$$CL_B = \bar{T}_{100(1-\alpha)} = \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^{\beta} T_{100(1-\alpha)}^{2(i)} \quad \dots \dots \dots (5)$$

(5) باستخدام حد السيطرة CL_B في عملية مراقبة المشاهدات فعندما تكون قيمة احصاء T^2 لتلك المشاهدات تتجاوز حد السيطرة $\bar{T}_{100(1-\alpha)}$ هذا يدل ان المشاهدة خارج السيطرة (OUT OF CONTROL)

والشكل الاتي يبين المخطط لاسلوب البوتسراب في حساب حدود السيطرة :

$$T_1^2, T_2^2, \dots, T_n^2 \rightarrow \begin{bmatrix} T_1^{2(1)}, T_2^{2(1)}, \dots, T_n^{2(1)} \\ T_1^{2(2)}, T_2^{2(2)}, \dots, T_n^{2(2)} \\ \vdots \\ T_1^{2(B)}, T_2^{2(B)}, \dots, T_n^{2(B)} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} T_{100(1-\alpha)}^{2(1)} \\ T_{100(1-\alpha)}^{2(2)} \\ \vdots \\ T_{100(1-\alpha)}^{2(\beta)} \end{bmatrix} \rightarrow \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^{\beta} T_{100(1-\alpha)}^{2(i)}$$

وبالرغم من أن اسلوب البوتسراب لا يحتاج الى اي عمليات احصائية لتحديد المعلمات ولكنه من جانب اخر ان عدد العينات البوتسرابية المستخدمة ربما يؤثر في تحديد حدود السيطرة حيث وجد ان التغيرات تزداد في حدود السيطرة البوتسرابية عندما تكون اعداد العينات العشوائية المسحوبة اقل من (1000) و لكنها تستقر في حالة اعداد العينات يتجاوز (1000).

4. قياس أداء لوحات السيطرة :

للمقارنة بين أداء لوحات السيطرة يستعمل مقياس يسمى متوسط طول المدى و يرمز له (ARL) و يعرف بأنه متوسط عدد المشاهدات التي يجب تحديدها قبل اشارة الخروج عن السيطرة ويسحب بالصيغة الآتية⁽¹¹⁾:

$$ARL = \frac{1}{\alpha} \dots \dots \dots (6)$$

في هذه الدراسة تم أستعمال مقياس متوسط طول المدى ضمن السيطرة (ARL_0) للمقارنة بين أداء لوحات السيطرة حيث كلما كانت قيمة (ARL_0) الحقيقة التي يتم الحصول عليها من لوحة السيطرة مشابه أو قريبة من القيمة الافتراضية (ARL_0) دل ذلك على افضلية لوحة السيطرة.^{(4),(10)}

5. المحاكاة :

تم توظيف أسلوب المحاكاة في هذا البحث لتوليد تجربة بياناتها تتبع ثلاث توزيعات ، حيث تم توليد (1000) مشاهدة لتوزيعات ثلاثة : التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات (N)، التوزيع (الطبيعي – الملتوي) متعدد المتغيرات (SN)، والتوزيع (اللوغاريتمي – الطبيعي) متعدد المتغيرات (log N) وقد كررت التجربة (5000) مرة وتم سحب عينة عشوائية مع الارجاع (عينات البوتستراب) ، ولكل مجموعة بيانات تم استخدام ثلاث متغيرات تمثل خصائص النوعية للعملية ، وتم استخدام $\mu = (0 \ 0 \ 0)$ كموجه متوسط (Mean Vector) لتوليد التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات ، والتوزيع (الطبيعي – الملتوي) متعدد المتغيرات ، اما لتوليد التوزيع (اللوغاريتمي – الطبيعي) فقد استخدم موجه المتوسط $\mu = (1 \ 1 \ 1)$ اضافة الى ذلك تم استخدام مصفوفة التباين والتباين المشترك (Var –Cov matrix) للتوزيعات الثلاث وهي :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1.000.600.50 \\ 0.601.000.15 \\ 0.500.151.00 \end{pmatrix}$$

وبالنسبة للتوزيع (الطبيعي – الملتوي) متعدد المتغيرات تم افتراض قيم مختلفة لدرجات التلوث في البيانات وهي $(\lambda = 0, 1, 2, 3)$ لملاحظة تأثيرات هذه القيم على اداء لوحات السيطرة ، وقد تم استعمال برنامج R الجاهز في توليد البيانات للتوزيعات الثلاثة .

6- مقارنة اداء اللوحات وفق (ARL_0) :

الجدول (1) الى (5) تظهر قيم متوسط طول المدى (ARL_0) الافتراضية والحقيقية لحدود السيطرة باستخدام توزيع F واسلوب البوتستراب النسبي.

ويلاحظ من خلال الجدول رقم (1) ان القيم الحقيقية لمتوسط طول المدى (ARL_0) قريبة جداً من القيم الافتراضية لـ (ARL_0) عندما تكون درجة التلوث صفر $(\lambda=0)$ لحدود السيطرة باستخدام توزيع F واسلوب البوتستراب في حالة التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات.

بينما يلاحظ من خلال الجداول (2) ، (3) ، (4) انه عند زيادة درجة التلوث $(\lambda=1, 2, 3)$ يحصل هناك فرق بين القيم الافتراضية والحقيقية لمتوسط طول المدى (ARL_0) لتوزيع F في حالة التوزيع (الطبيعي – الملتوي) متعدد المتغيرات ، على العكس من ذلك نجد ان القيم الحقيقية والافتراضية لمتوسط طول المدى (ARL_0) تكون متشابهة او قريبة عن بعضها لحدود السيطرة باستخدام اسلوب البوتستراب النسبي .

اما حالة التوزيع (اللوغاريتمي- الطبيعي) متعدد المتغيرات يلاحظ في الجدول رقم (5) ان القيم الحقيقية لمتوسط طول المدى (ARL_0) لحدود السيطرة باستخدام اسلوب البوتستراب قريبة جداً من القيم الافتراضية لـ (ARL_0) .

كذلك يلاحظ ان قيم متوسط الخطأ المعياري الموضوعة بين قوسين في الجداول المذكورة صغيرة وهذا يعطي انطباع صحة النتائج التي تم التوصل اليها

جدول رقم (1)

متوسط طول المدى (ARL_0) لحدود السيطرة باستخدام توزيع F
واسلوب البوتستراپ النسبي للتوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات

CASE	α	Desired (ARL_0)	F-dist	Bootstrap
N	0.01	100.00	98.25	100.05
			0.9954()	(1.0143)
	0.02	50.00	42.1	49.57
				(0.6541)
	0.03	33.33	34.55	31.72
			(0.4012)	(0.5143)
	0.04	25.00	25.07	24.36
			(0.3323)	(0.4015)
	0.05	20.00	20.18	18.99
			(0.2221)	(0.3532)
	0.06	16.67	17.01	16.11
			(0.1816)	(0.2443)
N	0.07	14.29	14.51	14.33
			(0.1351)	(0.1665)
	0.08	12.5	13.2	12.74
			(0.1079)	(0.1118)
	0.09	11.11	11.57	10.95
			(0.8223)	(0.9559)
	0.10	10.00	10.34	10.18
			(0.7978)	(0.8572)

جدول رقم (2)
متوسط طول المدى (ARL_0) لحدود السيطرة باستخدام توزيع F
واسلوب البوتستراپ النسبي للتوزيع (الطبيعي – الملتوي) متعدد المتغيرات عندما $\lambda = 1$

CASE	α	Desired (ARL_0)	F-dist	Bootstarp
SN($\lambda = 1$)	0.01	100.00	99.5490.32	
	50.00	42.87	47.12(0.9594)	(1.2422)
				0.02
		(0.8147)	(0.9523)	
	0.03	33.33	32.02	34.35
		(0.6220)	(0.8736)	
	0.04	25.00	22.89	24.09
		(0.4438)	(0.6692)	
	0.05	20.00	21.15	20.95
		(0.3960)	(0.4545)	
	0.06	16.67	16.56	16.22
		(0.1944)	(0.3011)	
	0.07	14.29	14.12	14.31
		(0.1496)	(0.2123)	
	0.08	12.5	12.77	11.93
		(0.1220)	(0.1553)	
	0.09	11.11	11.51	11.03
		(0.0954)	(0.1088)	
	0.10	10.00	9.85	9.96
		(0.0883)	(0.0997)	

جدول رقم (3)
متوسط طول المدى (ARL_0) لحدود السيطرة باستخدام توزيع F
واسلوب البوستراب النسبي للتوزيع (الطبيعي – الملتوي) متعدد المتغيرات عندما $\lambda = 2$

CASE	α	Desired (ARL_0)	F-dist	Bootstarp
SN($\lambda = 2$)	0.01	100.00	97.5584.35	
		(0.8287)	(0.9940)	
	0.02	50.00	40.90	49.36
		(0.7073)	(0.9011)	
	0.03	33.33	30.51	33.25
		(0.6661)	(0.7543)	
	0.04	25.00	24.03	25.22
		(0.5158)	(0.6790)	
	0.05	20.00	20.97	19.9
		(0.4337)	(0.5550)	
	0.06	16.67	15.84	16.07
		(0.3332)	(0.4664)	
	0.07	14.29	13.42	13.93
		(0.2007)	(0.3818)	
	0.08	12.5	12.08	12.63
		(0.1513)	(0.2642)	
	0.09	11.11	11.77	11.09
		(0.1074)	(0.1439)	
	0.10	10.00	9.75	9.61
		(0.0905)	(0.1027)	

جدول رقم (4)

متوسط طول المدى (ARL_0) لحدود السيطرة باستخدام توزيع F

واسلوب البوتستراب النسبي للتوزيع (الطبيعي – الملتوي) متعدد المتغيرات عندما $\lambda = 3$

CASE	α	Desired (ARL_0)	F-dist	Bootstrap
SN($\lambda = 3$)	0.01	100.00	100.3277.31	
		(0.7522)	(0.956)	
	0.02	50.00	37.44	51.61
		(0.6068)	(0.7412)	
	0.03	33.33	28.08	33.72
		(0.5594)	(0.6326)	
	0.04	25.00	21.43	24.39
		(0.4022)	(0.5239)	
	0.05	20.00	19.18	20.1
		(0.3871)	(0.4725)	
	0.06	16.67	16.03	16.57
		(0.2458)	(0.3057)	
	0.07	14.29	14.47	14.16
		(0.1162)	(0.2440)	
	0.08	12.5	12.42	12.06
		(0.09344)	(0.1747)	
	0.09	11.11	11.21	11.48
		(0.0826)	(0.0993)	
	0.10	10.00	10.10	9.93
		(0.0757)	(0.0880)	

جدول رقم (5)
متوسط طول المدى (ARL_0) لحدود السيطرة باستخدام توزيع F
واسلوب البوتستراپ النسبي للتوزيع (اللوغاريتمي - الطبيعي) متعدد المتغيرات

CASE	α	Desired ARL_0	F-dist	Bootstrap
Log N	0.01	100.00	103.3650.88	
		(0.5541)	(0.7204)	
	0.02	50.00	26.17	50.42
		(0.4110)	(0.6452)	
	0.03	33.33	18.79	32.96
		(0.3330)	(0.5012)	
	0.04	25.00	16.07	24.11
		(0.2658)	(0.4430)	
	0.05	20.00	15.93	21.04
		(0.1789)	(0.3665)	
	0.06	16.67	14.02	16.22
		(0.0947)	(0.2420)	
	0.07	14.29	13.19	14.55
		(0.0858)	(0.1571)	
	0.08	12.5	12.41	11.98
		(0.0744)	(0.0939)	
	0.09	11.11	11.76	11.05
		(0.0660)	(0.0829)	
	0.10	10.00	10.83	9.97
		(0.0539)	(0.0689)	

7- الاستنتاجات و التوصيات:

من خلال استخدام أسلوب البوتستراپ في تحديد حدود السيطرة للوحة T^2 تحت حالة ان البيانات لا تتبع التوزيع الطبيعي يلاحظ ان اسلوب البوتستراپ يعتبر طريقة حرة و مبسطة ولا تحتاج الى قواعد أساسية قوية في موضوع الاستدلال الاحصائي ومن خلال تطبيق المحاكاة أثبتت ان لوحة السيطرة باستخدام أسلوب البوتستراپ ذات أداء يفوق لوحة السيطرة T^2 التقليدية في حالة التوزيع (الطبيعي _ الملتوي) متعدد المتغيرات وفق مقياس متوسط طول المدى ، وفي حالة البيانات تتبع التوزيع الطبيعي يلاحظ أن أداء لوحة السيطرة باستخدام أسلوب البوتستراپ يكاد يكون نفس أداء لوحة السيطرة T^2 التقليدية وهذا يعطي مؤشر على أن لوحات السيطرة بأسلوب البوتستراپ تكون كفوءة في حالة التوزيع الطبيعي وغير الطبيعي .

نوصي بإمكانية التوسع في استخدام التقنيات والاساليب اللامعلمية في لوحات السيطرة متعددة المتغيرات منها اختبار الإشارة و اختبار الرتبة - الإشارة وغيرها من الاساليب اللامعلمية الأخرى.

8- المصادر :

1- شاهين، حمزة اسماعيل و صالح، عائدة هادي (2013) . "استخدام مقدرات حصينة للوحة السيطرة Hotelling T^2 للملاحظات المنفردة" ، مجلة الادارة و الاقتصاد – الجامعة المستنصرية العدد 11 المجلد 8.

2- شاهين ، حمزة اسماعيل و عبد المنعم ، رسول هادي (2016) "المقدر اللبي في تصميم لوحة السيطرة Hotelling T^2 للملاحظات المنفردة" ، رسالة ماجستير/كلية الإدارة و الاقتصاد – الجامعة المستنصرية.

3-Alvin,R.C.(2002) , "Method of Multivariate Analysis" . second edition

, john Wiley and sons

4-Bajgier , S.M.(1992) , "the use of bootstrapping to construct limits on control charts" , Proceeding of the decision science institute ,San diego .page 1611-1613

5-Berimis ,S.Psarakis,S.andPanaretos,J.(2006) , "Multivariate statistical process control charts:an overview." , Quality and Reliability Engineering International ,23(5).517-543.

6-Chakraborti ,S.,RanDer Laan,P.andBakir ,S.T.(2001), "Non Parameteric control chart ;an overview and some results" , Journal of quality technology 33(3),304-315.

7-Chenouri ,S.E,variath,A,M.andSteien. S.H.(2007) , "Multivariate control chart for individual observation " , <http://wiskuleuren.b/stat/papers/rismcapdf>.

8-Hotelling ,H.(1947) , "Multivariate Quality control IN Techniques of statistical Analysis" , MC grawhill , new yourk , pp 111-184

9- Montgomery , D.C.(2005) , " Introduction to statistical Quality control " , Fifth edition , wiley , new york .

10-Poorich PhalaDiganon ,Seoun and Sum-KyoungPark , "Bootstrap – based T^2 multivariate control chart "

11- Sullivan , J.H. , and Woodall , W. H. (1996) “ A Comparison of multivariate control charts for individual observation “ , Journal of Quality Technology , Vol 28 , No 4 , p398-408 .

www.uta.edu/cosomos/tech Reports/cosmos-10-1